



Linux User Group Tübingen

Public-Key Kryptographie

**theoretische Grundlagen und praktische Anwendung mit GNU
Privacy Guard und KDE**

Jan Petránek <jan@petranek.de>



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Übersicht

- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
 - Schlüsselaustausch
 - Kommunikation
 - Digitale Signatur
 - Man-in-the-middle-Angriffe
 - Authentizität öffentlicher Schlüssel
- GNU Privacy Guard unter KDE
 - graphische Userinterfaces: kgpg, kmail
- Die Mathematik dahinter
 - inverse Elemente in komischen Zahlenräumen
 - RSA-Verfahren





Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Diplomatengepäck in E-Mail

- EU schützt interne elektronische Kommunikation mit der EU-Vertretung in Ankara durch...?



- **Motivation**
- **Symmetrische Verschlüsselung**
- **Asymmetrische Verschlüsselung**
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **GPG unter KDE**
- kpgp
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Diplomatengepäck in E-Mail

- EU schützt interne elektronische Kommunikation mit der EU-Vertretung in Ankara durch...?
Internationales Recht.



- **Motivation**
- **Symmetrische Verschlüsselung**
- **Asymmetrische Verschlüsselung**
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **GPG unter KDE**
- kpgp
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

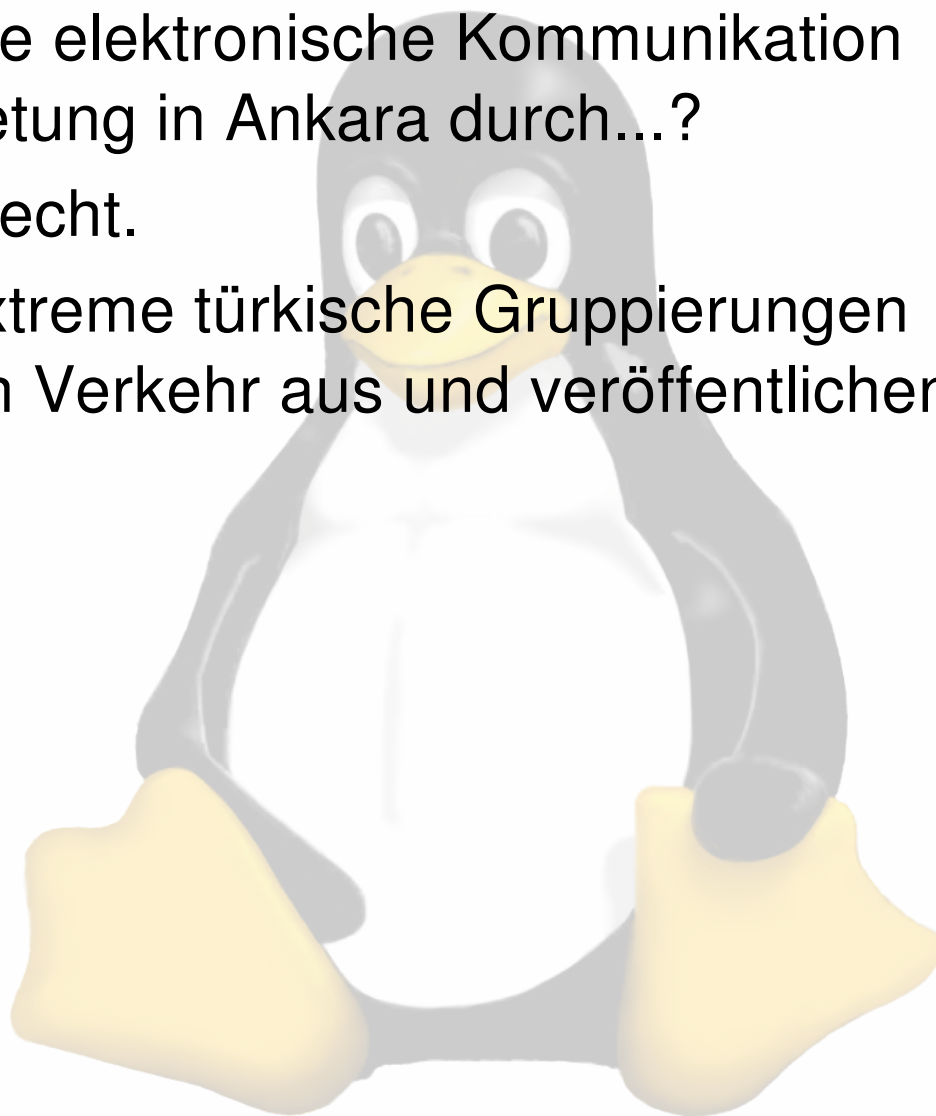


Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Diplomatengepäck in E-Mail

- EU schützt interne elektronische Kommunikation mit der EU-Vertretung in Ankara durch...?
Internationales Recht.
- Februar 2002: Extreme türkische Gruppierungen spionieren diesen Verkehr aus und veröffentlichen das Material.



- **Motivation**
- **Symmetrische Verschlüsselung**
- **Asymmetrische Verschlüsselung**
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **GPG unter KDE**
- kpgp
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Diplomatengepäck in E-Mail

- EU schützt interne elektronische Kommunikation mit der EU-Vertretung in Ankara durch...?
Internationales Recht.
- Februar 2002: Extreme türkische Gruppierungen spionieren diesen Verkehr aus und veröffentlichen das Material.
- 19.2.2002 EU-Kommissar Günter Verheugen bestellt den türkischen Botschafter bei der EU, Nihat Akyol zu sich.
- Am 20.2.2002 entschuldigt sich der türkische Premierminister Bülent Ecevit bei EU-Kommissionschef Romano Prodi.

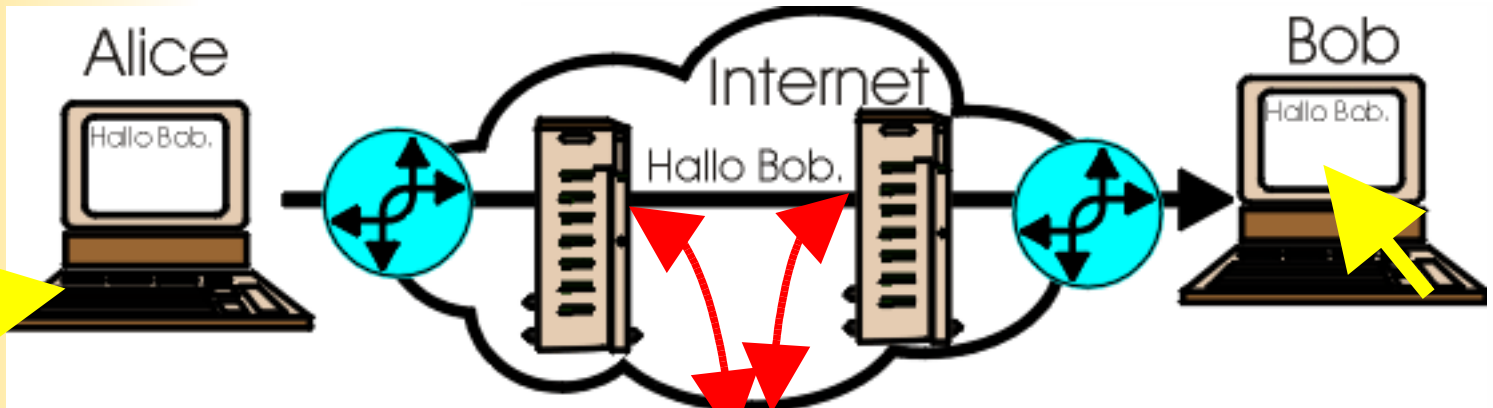
- **Motivation**
- **Symmetrische Verschlüsselung**
- **Asymmetrische Verschlüsselung**
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **GPG unter KDE**
- kgpg
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

E-Mail und Sicherheit



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek



- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **GPG unter KDE**
- kpgp
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

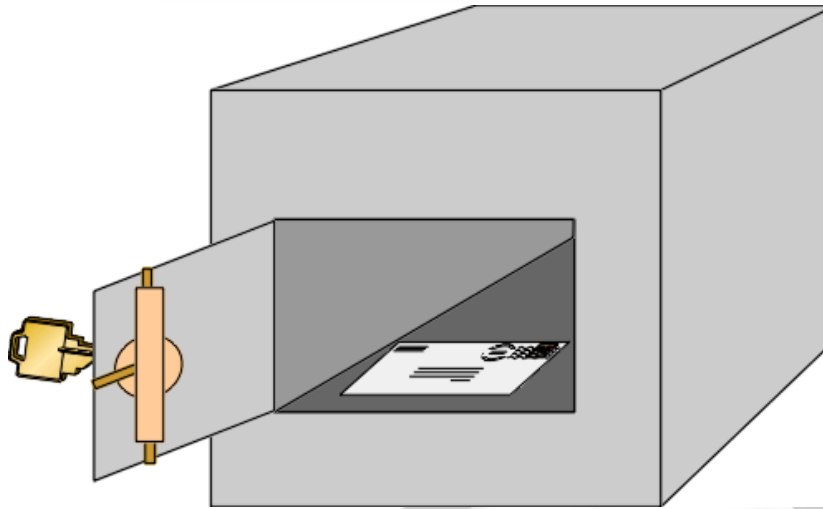
- Sicherheit bei Kommunikation:
 - Vertraulichkeit: Nur Alice und Bob kennen den Inhalt
 - Authentizität: Alice ist sicher die Absenderin
 - Integrität: Die Nachricht kommt unverfälscht an
- E-Mail \neq Briefpost!
- Angriffspunkte bei unverschlüsselter E-Mail:
 - am Transport beteiligte Stationen
 - Client-Rechner



Symmetrische Verschlüsselung: ein digitaler Tresor

Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek



- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **GPG unter KDE**
- kgpg
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

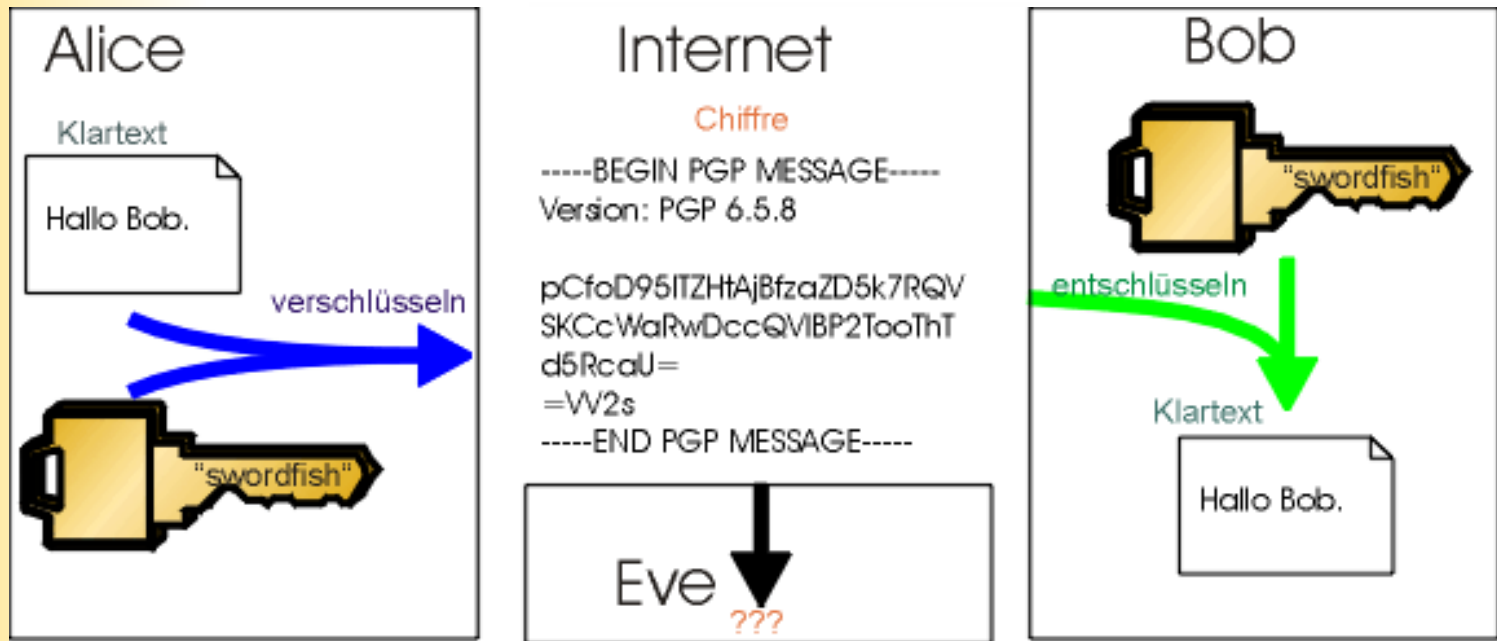
- Datei wird mit einem Schlüssel verschlüsselt
- mit demselben Schlüssel wird die Datei wieder entschlüsselt
- weil beidesmal derselbe Schlüssel verwendet wird, heißen solche Verfahren symmetrisch

Symmetrische Verschlüsselung: Kommunikation



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek



- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **PGP unter KDE**
- kpgp
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

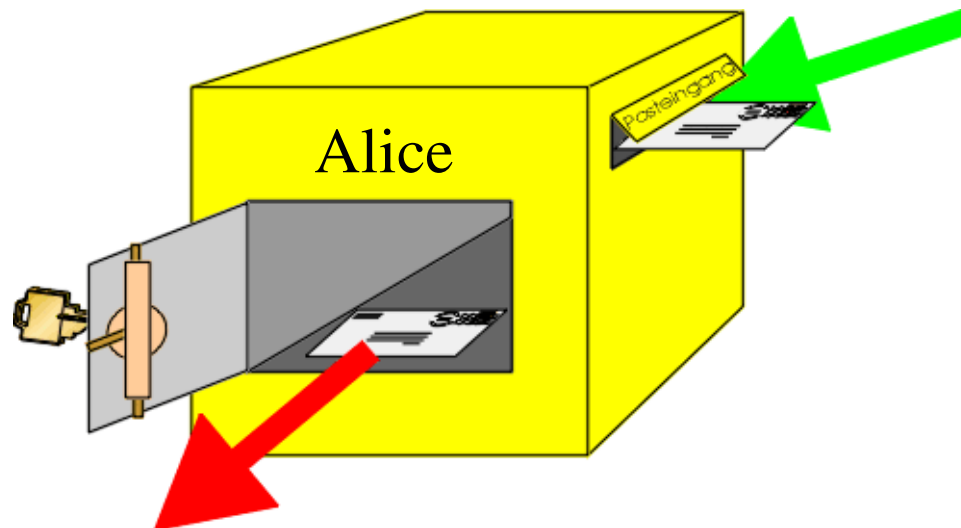
- Lauscher kann mit Chiffre nichts anfangen
- Wie gibt Alice den Schlüssel an Bob?
 - Schlüsselaustausch benötigt sicheren Kanal
 - nicht per E-Mail



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Asymmetrische Verschlüsselung: digitaler Briefkasten statt Tresor



- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

- Jeder kann eine Nachricht für Alice einwerfen (= öffentlicher Schlüssel)
- nur Alice kann mit ihrem Briefkastenschlüssel (= privater Schlüssel) ihre Post holen
- unterschiedliche Schlüssel für Ver- und Entschlüsselung, daher "asymmetrisches Verfahren"

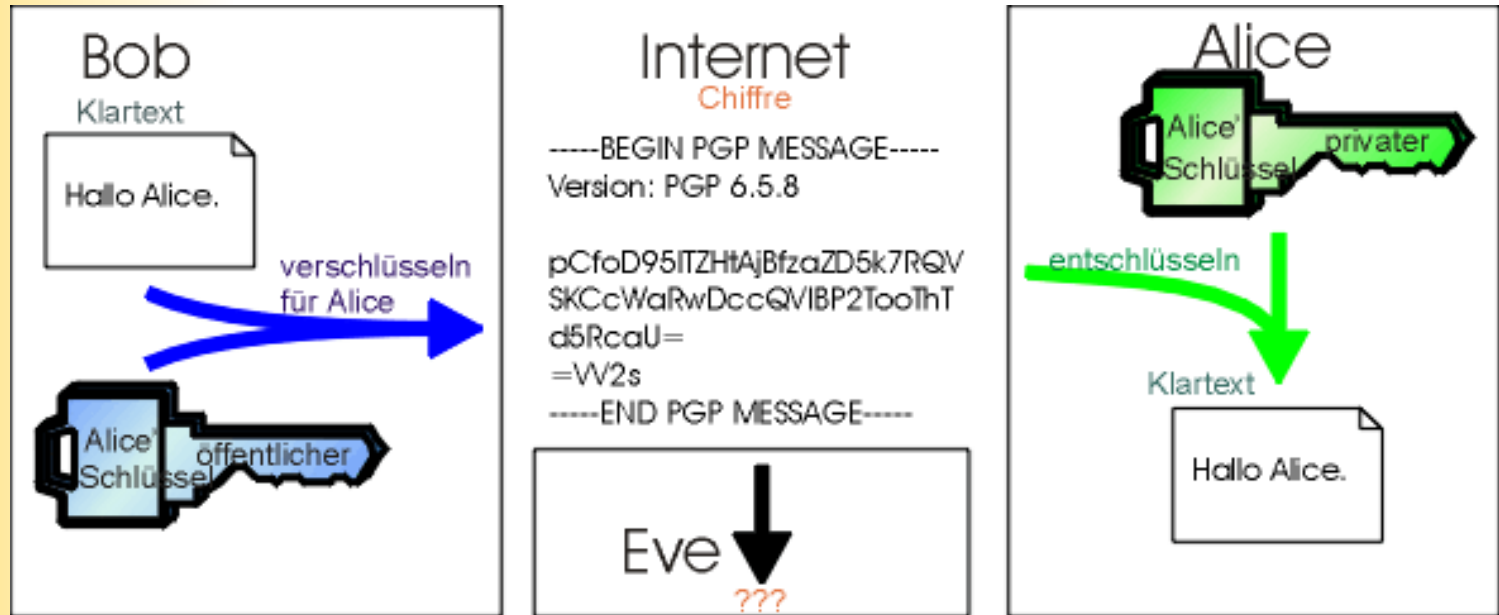
Asymmetrische Verschlüsselung: Kommunikation



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren



- Bob verschlüsselt mit Alice' öffentlichem Schlüssel
- nur Alice kann die verschlüsselte Nachricht mit ihrem privaten Schlüssel entschlüsseln
- selbst, wenn Eve Alice' öffentlichen Schlüssel kennt, kann sie die Nachricht nicht entschlüsseln



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Asymmetrische Verschlüsselung: Schlüsselaustausch



- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

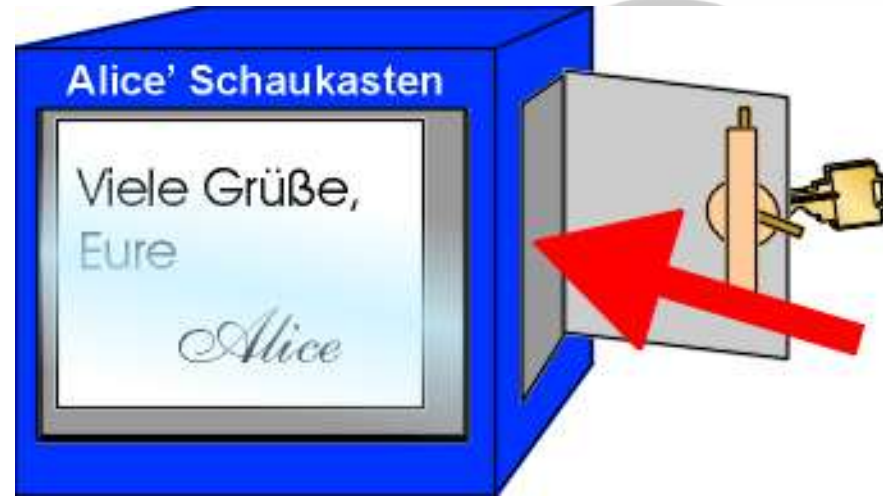
- Alice erzeugt ihr Schlüsselpaar (= Briefkasten)
- Alice' öffentlicher Schlüssel (= Briefkastenschlitz):
 - dient der Verschlüsselung an Alice
- Alice' privater Schlüssel (= Briefkastenschlüssel):
 - entschlüsselt Nachrichten an Alice
 - Alice hält ihn geheim! (wird auf Festplatte verschlüsselt)
- Schlüsselaustausch
 - Alice schickt ihren öffentlichen Schlüssel an Bob
 - kein sicherer Kanal nötig



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Digitale Signatur: noch ein Schlüsselpaar



- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

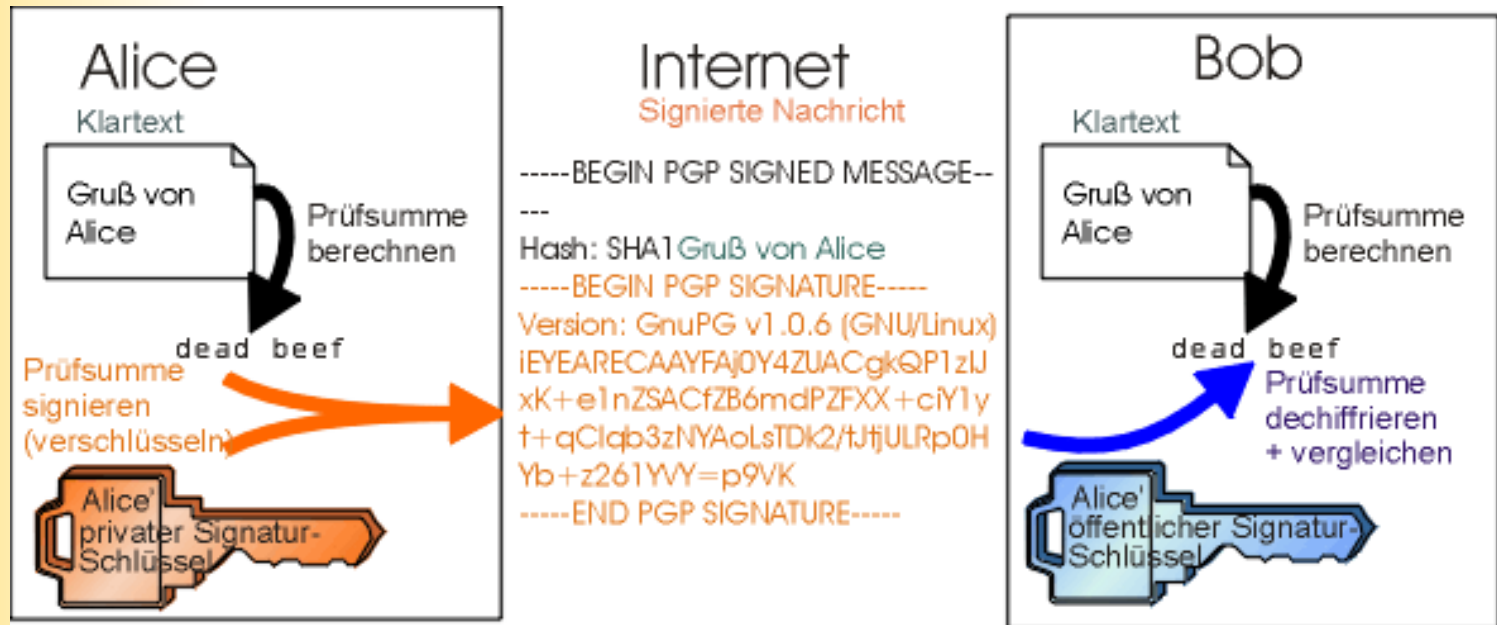
- Alice erzeugt ein Schlüsselpaar zur Signatur
- Alice behält den Verschlüsselungsschlüssel (privater Signaturschlüssel)
- Alice veröffentlicht den Entschlüsselungsschlüssel (öffentlicher Signaturschlüssel)



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Digitale Signatur: Überprüfung



- Alice errechnet Prüfsumme der Nachricht
 - berechnet und verschlüsselt Prüfsumme mit ihrem privatem Signaturschlüssel
 - nur privater Signaturschlüssel erzeugt gültige Signatur
- Bob entschlüsselt Prüfsumme und überprüft, ob sie zur Nachricht paßt

- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren



Private und öffentliche Schlüssel Alice' Schlüsselbund

Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

Zweck \ Nutzer	öffentlich	privat
Verschlüsselung	verschlüsselt an Alice	entschlüsselt an Alice verschlüsselte Nachrichten
Signatur	überprüft Alice' Signatur	erzeugt passende Signatur

als „öffentlicher Schlüssel“ werden der Einfachheit halber alle öffentlichen Schlüssel bezeichnet

Alice' Schlüssel
öffentlicher

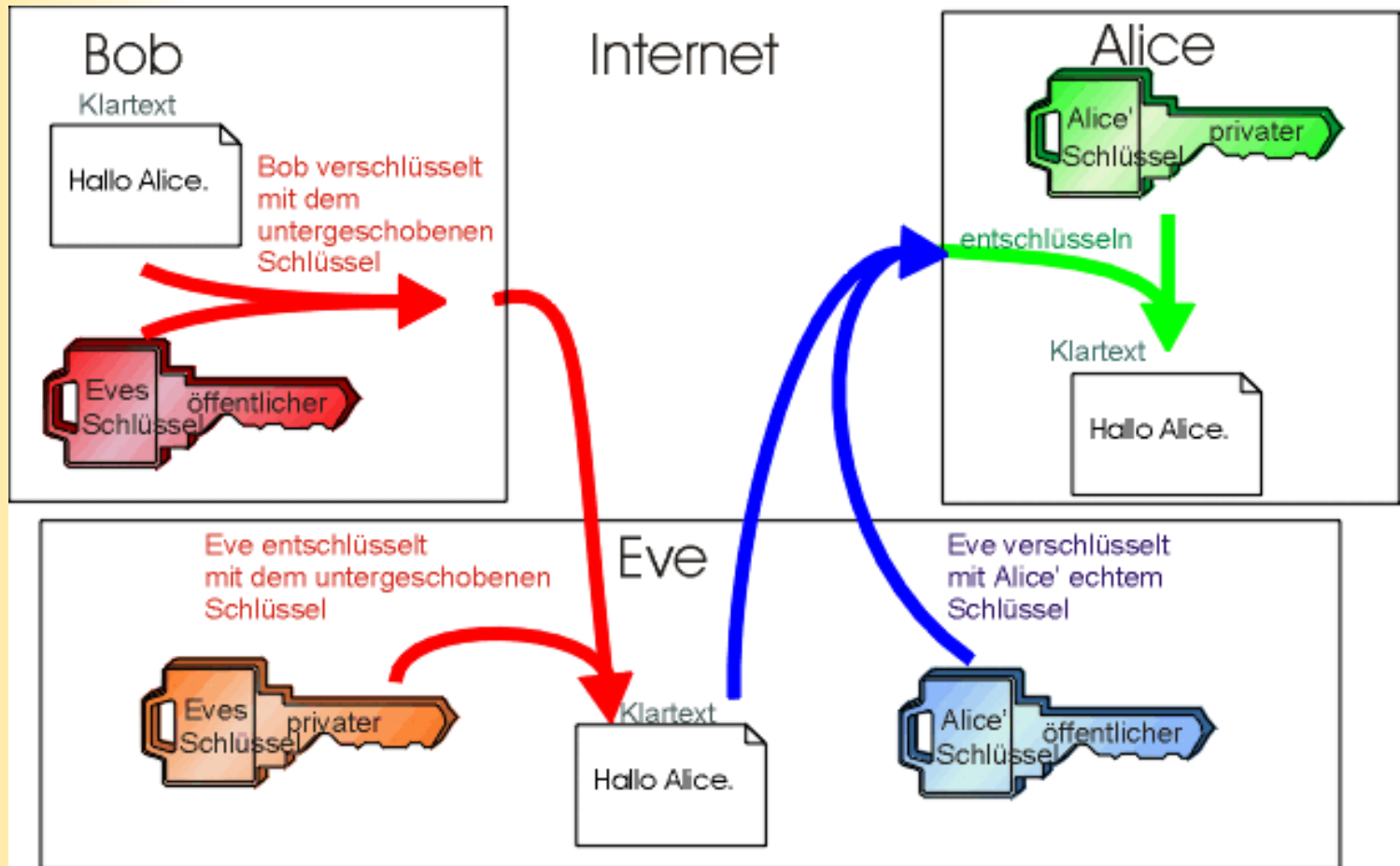
Alice' Schlüssel
privater



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Man-in-the-middle-Angriff



- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **GPG unter KDE**
- kpgp
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

- Untergeschobene Schlüssel erkennen
- Authentizität des Schlüssels sichern

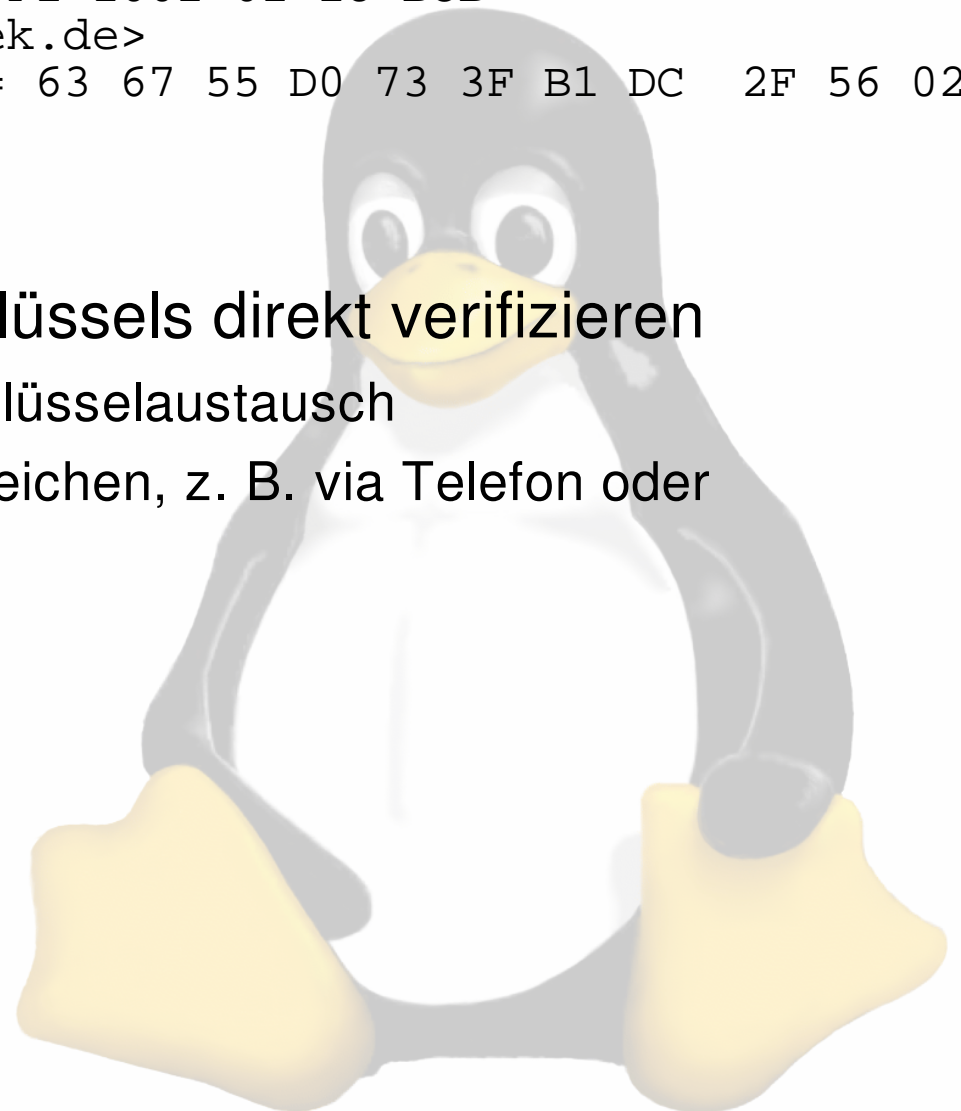


Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Schlüssel überprüfen

```
pub 1024R/E1AF29F1 2002-02-18 BoB  
<Bob@mail.petranek.de>  
Key fingerprint = 63 67 55 D0 73 3F B1 DC 2F 56 02  
AF 15 FF 3A 30
```



- **Motivation**
- **Symmetrische Verschlüsselung**
- **Asymmetrische Verschlüsselung**
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **GPG unter KDE**
- kpgp
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

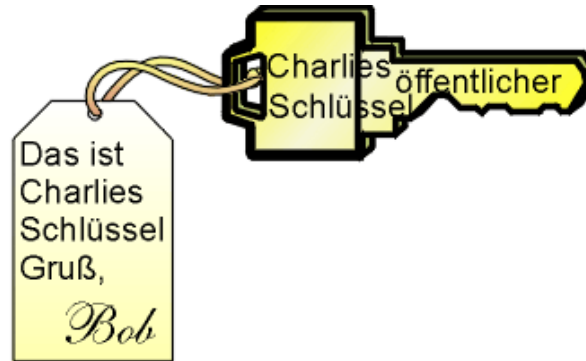
- **Echtheit des Schlüssels direkt verifizieren**
 - persönlicher Schlüsselaustausch
 - Fingerprint vergleichen, z. B. via Telefon oder Visitenkarte



Linux User
Group
Tübingen

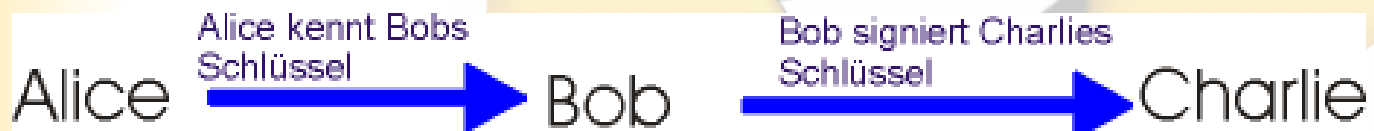
Jan Petránek

Signierte Schlüssel



- **Motivation**
- **Symmetrische Verschlüsselung**
- **Asymmetrische Verschlüsselung**
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **GPG unter KDE**
- kpgg
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

- Bob kennt Charlies Schlüssel
- Bob unterschreibt, daß Charlies Schlüssel echt ist
- Alice kann Charlies Schlüssel indirekt überprüfen:
 - Alice kennt Bobs Schlüssel
 - Alice weiß nun, daß Bob Charlies Schlüssel signiert hat

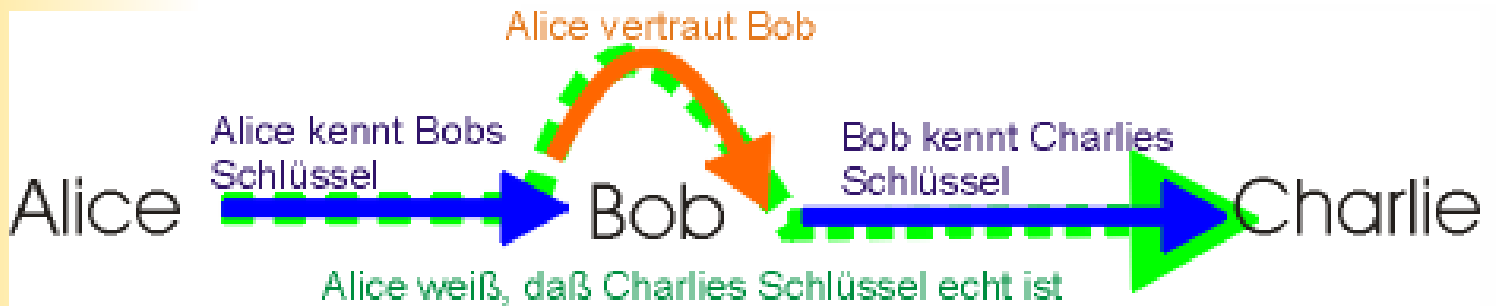




Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

Vertrauensfrage



- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

- Alice weiß, daß Bob Charlies Schlüssel signiert hat
- vertraut Alice Bob?
- traut sie Bob zu, daß er Charlies Identität sorgfältig geprüft hat?
- Vertrauenskette somit lückenlos
- Alice erkennt Charlies Schlüssel als echt an

GNU Privacy Guard unter KDE

Schlüssel erzeugen



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

- **Motivation**
- **Symmetrische Verschlüsselung**
- **Asymmetrische Verschlüsselung**
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **GPG unter KDE**
- kgpg
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

Schlüsselgenerierung - kgpg

Schlüsselpaar generieren

Name:
Alice

E-Mail:
alice@paranoia.my.darknet

Kommentar (optional):
Alice RSA-Schlüssel

Ablaufdatum:
3 Monate

Schlüsselgröße:
1024

Algorithmus:
RSA

OK Expertenmodus Abbrechen

GNU Privacy Guard unter KDE

Schlüsselverwaltung



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

- Alice hat Bobs Schlüssel signiert
- Alice vertraut Bob
- Bob hat Charlies Schlüssel signiert

- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **PGP unter KDE**
- kpgp
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

Schlüssel	Vertrauen	Verfallsdatum	Größe	Erstellung	Kennung
alice@paranoia.my.darknet (Alice)	Ultimativ	2004-06-21	1024	2004-03-23	0xEB6A3B6D
alice@paranoia.my.darknet (Alice)	-	Unbegrenzt	-	2004-03-23	0xEB6A3B6D
bob@paranoia.my.darknet (Bob Hope)	Vollständig	2004-06-21	1024	2004-03-23	0x459BBFBF
EIGamal Unterschlüssel	Vollständig	2004-06-21	1024	2004-03-23	0xE22A9F69
bob@paranoia.my.darknet (Bob Hope)	Unbegrenzt	Unbegrenzt	-	2004-03-23	0x459BBFBF
alice@paranoia.my.darknet (Alice)	-	2004-06-21	-	2004-03-23	0xEB6A3B6D
bob@paranoia.my.darknet (Bob Hope)	-	Unbegrenzt	-	2004-03-23	0x459BBFBF
charlie@paranoia.my.darknet (Charlie)	Vollständig	2004-06-21	1024	2004-03-23	0x6F201B36
EIGamal Unterschlüssel	Vollständig	2004-06-21	1024	2004-03-23	0x07C34512
charlie@paranoia.my.darknet (Charlie)	Unbegrenzt	Unbegrenzt	-	2004-03-23	0x6F201B36
bob@paranoia.my.darknet (Bob Hope)	-	2004-06-21	-	2004-03-23	0x459BBFBF
charlie@paranoia.my.darknet (Charlie)	-	Unbegrenzt	-	2004-03-23	0x6F201B36



GNU Privacy Guard unter KDE

E-Mail verschlüsseln und signieren

Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

- **Motivation**
- **Symmetrische Verschlüsselung**
- **Asymmetrische Verschlüsselung**
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **GPG unter KDE**
- kgpg
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren



GNU Privacy Guard unter KDE

E-Mail lesen



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- **PGP unter KDE**
- kpgp
- kmail
- **Mathematik**
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

Verschlüsselte und signierte Nachricht

Von: Jan Petranek <jan.petranek@student.uni-tuebingen.de> (Uni Tübingen)

An: jan.petranek@student.uni-tuebingen.de

Datum: Heute 15:07:09

Verschlüsselte Nachricht

Nachricht enthält Signatur von Jan Petranek (Uni-Mail) (Schlüssel-ID: 0x7466AAE9).

Die Signatur ist gültig, und der Schlüssel ist vollständig vertrauenswürdig.

Hallo ich,

ich sende Dir eine geheime Botschaft.

Pssst. Geheim!

JanP

Ende der signierten Nachricht

Ende der verschlüsselten Nachricht

Die Mathematik dahinter inverse Elemente



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

- Wie teilt man einen Schlüssel auf?
- nach 2 Operationen soll wieder dasselbe rauskommen

- Inverse Elemente (Umkehroperationen)

- Addition $4 + 3 = 9$ $9 + (-3) = 4$

- Multiplikation $5 * 7 = 35$ $35 * (\frac{1}{7}) = 5$

- Ungeeignet für Kryptographie, da das inverse Element leicht zu errechnen ist

- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

Die Mathematik dahinter komische Zahlenräume



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

- Restring Z_n (Kilometerzähler)

$$a \bmod n = \begin{cases} a & \text{für } a < n \\ a - n \bmod n & \text{sonst} \end{cases}$$

- Beispiel:

$$23 \bmod 8 = 15 \bmod 8 = 7 \bmod 8$$

- Wähle zwei große Primzahlen p und q
- Rechne in Restring Z_n mit $n=p \cdot q$
- Wenn p und q bekannt sind, ist es einfach, ein Paar e und d zu finden, sodaß d das inverse Element zu e ist:

$$x^{(e \cdot d)} \bmod n = x^1 \bmod n = x \bmod n$$

Die Mathematik dahinter

Das RSA-Verfahren



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

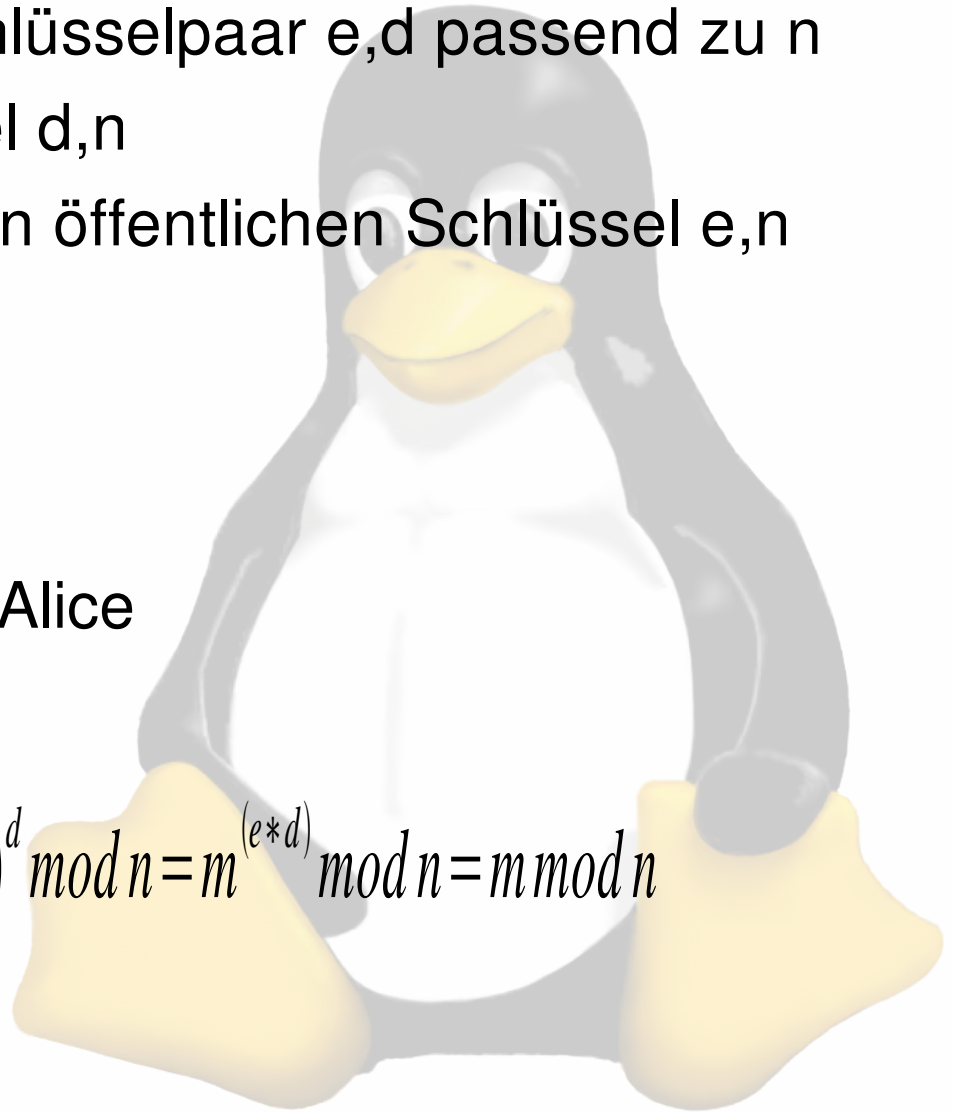
- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

- Alice erzeugt Schlüsselpaar e, d passend zu n
- privater Schlüssel d, n
- Bob bekommt den öffentlichen Schlüssel e, n
- Bob berechnet

$$c = m^e \bmod n$$

- Bob schickt c an Alice
- Alice berechnet

$$c^d \bmod n = (m^e \bmod n)^d \bmod n = m^{(e*d)} \bmod n = m \bmod n$$



Die Mathematik dahinter ein Beispiel



Linux User •
Group
Tübingen

Jan Petránek

<http://www-fs.informatik.uni-tuebingen.de/~reinhard/krypto/index.html>

- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren

4.1 RSA: Beispiel-Applet für kleine Zahlen

Wähle p: und q:

Fertig n = pq =

phi(n) =

Wähle b: < 180

Test

Berechnung von a :

```
5 = 2 * 2 + 1
103 * 7 mod 180 = 1
2 = 2 * 1 + 0
=> a = 103
```

Klartext:

```
42 ** 111 (bin) mod 209 =>
11 1 ** 2 * 42 = 42
11 42 ** 2 * 42 = 102
11 102 ** 2 * 42 = 158
```

Chiffretext:

```
01 125 ** 2 = 159
11 159 ** 2 * 158 = 199
11 199 ** 2 * 158 = 125
11 125 ** 2 * 158 = 42
```

[source](#)

Applet kryptoScript/Rsa_d started

Zusammenfassung



Linux User
Group
Tübingen

Jan Petránek

- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
 - Schlüsselaustausch
 - Kommunikation
 - Digitale Signatur
 - Man-in-the-middle-Angriffe
 - Authentizität öffentlicher Schlüssel
- GNU Privacy Guard unter KDE
 - graphische Userinterfaces: kpgp, kmail
- Die Mathematik dahinter
 - inverse Element in komischen Zahlenräumen
 - RSA-Verfahren

- Motivation
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Schlüsselaustausch
- Kommunikation
- Digitale Signatur
- Man-in-the-middle Angriffe
- authentische Schlüssel
- GPG unter KDE
- kpgp
- kmail
- Mathematik
- Inverse Elemente
- RSA-Verfahren